

Universidade Federal do Pará
Instituto de Ciências Exatas e Naturais - ICEN
Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística - PPGME
Prova de Seleção de Mestrado 2019 - Tipo 3

Instruções para a prova:

1. A prova é estritamente individual e sem consulta;
2. Não é permitido empréstimo do material entre os candidatos;
3. O aparelho celular deve permanecer desligado durante a prova;
4. É permitido o uso de máquina de calcular;
5. Usar caneta esferográfica, azul ou preta;
6. Assinale apenas UMA opção para cada questão.

7. SÓ SERÃO CONSIDERADAS AS RESPOSTAS ASSINALADAS NO QUADRO ABAIXO.

Questão	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					

Nome: _____

- 1) (1,2 PONTO) Suponha que se distribui n bolas em n caixas numeradas de 1 a n . Qual a probabilidade de que somente a caixa 1 fique vazia?

A) $\frac{\binom{n}{2}(n-2)!}{n^n}$ B) $\frac{\binom{n}{2}(n-1)!}{n^n}$ C) $\frac{(n-1)!}{n^n}$ D) $\frac{\binom{n}{n-2}}{n!}$ E) $\frac{n-1}{2n^{n-1}}$

- 2) (1,2 PONTO) Sejam X e Y variáveis aleatórias contínuas com distribuição conjunta

$$f(x, y) = 3(x + y), \quad 0 < x + y < 1, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1$$

A esperança condicional $E(Y|X)$ é dada por

A) $\frac{x^3 - 3x + 2}{3(1 - x^2)}$ B) $\frac{3}{2}(1 - x^2)$ C) $3/8$ D) 3 E) $3\left(x + \frac{1}{2}\right)$

- 3) (0,5 PONTO) Considere os seguintes modelos de probabilidade envolvendo repetições de experimentos de Bernoulli:

a. Distribuição Binomial b. Distribuição Geométrica c. Distribuição Binomial Negativa

Para cada uma das situações abaixo, associe o modelo correto:

() Observa-se o número de repetições do experimento até a ocorrência de 10 “sucessos”;

() Observa-se o número de “sucessos” em 10 repetições do experimento;

() Observa-se o número de repetições do experimento até a ocorrência do primeiro “sucesso”;

A associação correta é

A) b a c B) b c a C) c a b D) c b a E) a c b

- 4) (1,8 PONTO) Seja (X, Y) um vetor aleatório com distribuição conjunta dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8}x(x - y), & 0 < x < 2, \quad -x < y < x \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A esperança de Y , $E(Y)$, é

A) Zero B) -0,533 C) -1,333 D) 0,133 E) 0,667

- 5) (0,5 PONTO) Estudos meteorológicos indicam que a precipitação pluviométrica mensal em períodos de seca numa certa região pode ser considerada como seguindo a distribuição Normal de média 30mm e variância 16mm^2 . Qual seria o valor da precipitação pluviométrica de modo que exista apenas 10% de chance de haver uma precipitação inferior a este valor?

A) 35,12mm B) 31mm C) 29mm D) 24,88mm E) 23,44mm

- 6) (0,7 PONTO) Considere n repetições independentes de um experimento, cada uma com os possíveis $k+1$ resultados: s_1, s_2, \dots, s_{k+1} . Seja P_j a probabilidade de ocorrência de s_j , e seja X_j o número de repetições do experimento em que ocorreu o resultado s_j , $j = 1, 2, \dots, k+1$. Seja Z_{jr} a variável binária que toma valor um quando a r -ésima repetição resulta em s_j , e zero em caso contrário. Assim, tem-se $X_j = Z_{j1} + Z_{j2} + \dots + Z_{jn}$. Logo, a covariância entre X_i e X_j é

A) Zero B) $-nP_iP_j$ C) $-n(1 - P_i)P_j$ D) nP_iP_j E) $nP_i(1 - P_j)$

7) (0,7 PONTO) Considere que uma moeda honesta é lançada 3 vezes. Sejam X o número de “caras” nos dois primeiros lançamentos e Y o número de “caras” nos dois últimos lançamentos. O coeficiente de correlação entre X e Y é

- A) $1/3$ B) $2/3$ C) $1/4$ D) $3/4$ E) $1/2$

8) (0,5 PONTO) Seja X uma variável aleatória com função de probabilidade $p(x_i)$ dada por

x_i	-1	-3	1	3
$p_X(x_i) = P(X = x_i)$	0,20	0,25	0,15	0,40

Os valores da $E(X)$ e $Var(-2X + 4)$ são, respectivamente,

- A) 0 e 24,80 B) 6,04 e 24,80 C) 0 e 16,08 D) 0,40 e 24,16 E) 0,40 e 28,16

9) (0,5 PONTO) A resistência (em toneladas) de vigas de concreto produzidas por uma empresa segue a distribuição de probabilidades abaixo:

Resistência (em toneladas)	2	3	4	5	6
Probabilidade	0,25	0,20	0,15	0,20	0,20

Admite-se que essas vigas são aprovadas para uso em construções se suportam pelo menos 5 toneladas. De um grande lote de vigas fabricado pela empresa escolhemos ao acaso 4 vigas. Qual a probabilidade de que pelo menos duas sejam aptas para construções?

- A) 0,3456 B) 0,1600 C) 0,5248 D) 0,6544 E) 0,0256

10) (0,8 PONTO) Seja X uma variável aleatória contínua com $f_X(x) = e^{-x}$, $x > 0$ e seja $Y = \frac{x}{1+x}$. A função densidade de probabilidade de Y é

- A) $f_Y(y) = 6y(1 - y)$, $0 < y < 1$
 B) $f_Y(y) = 2(1 - y)$, $0 < y < 1$
 C) $f_Y(y) = e^{-\frac{y}{1-y}}$, $0 < y < 1$
 D) $f_Y(y) = (1 - y)^{-2}e^{-\frac{y}{1-y}}$, $0 < y < 1$
 E) $f_Y(y) = 12y^2(1 - y)$, $0 < y < 1$

11) (0,8 PONTO) Sejam X e Y variáveis aleatórias contínuas com

$$f_{Y|X}(y|x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x < y < x + 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \text{e} \quad f_X(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 < x < 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A probabilidade $P(X + Y < 1)$ é

- A) $1/2$ B) $1/8$ C) $1/4$ D) $3/8$ E) $1/3$

12) (0,8 PONTO) A função de probabilidade da variável discreta X é dada por $p_X(x) = \frac{x}{3}$, para $x = 1, 2$, e a distribuição condicional de Y , dado $X = x$, é Binomial com parâmetros x e $1/2$. A esperança $E(Y)$ é dada por

- A) $5/6$ B) $3/2$ C) $5/3$ D) 1 E) 2

