



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA - PPGME

## EXAME DE QUALIFICAÇÃO DE CÁLCULO AVANÇADO

Aluno (a): \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

Data: 08/08/2017

### ATENÇÃO!!!

- f) A prova é estritamente individual e sem consulta;
- g) Não será permitido o uso de material entre os candidatos;
- h) Não será permitido o uso de aparelho celular durante a prova;
- i) Usar caneta esferográfica na cor preta ou azul;
- j) A prova terá a duração de 02 (duas) horas.

EXAME DE QUALIFICAÇÃO

ALUNO(A):

- 1) ( Desigualdade do Valor Médio ) Seja  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$  um caminho, diferenciável no intervalo aberto  $(a, b)$ , com  $|f'(t)| \leq M$  para todo  $t \in (a, b)$ . Prove que  $|f(b) - f(a)| \leq M \cdot (a - b)$
- 2) Seja  $a \in U$  um ponto crítico da função  $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ , de classe  $C^2$ . Demonstre que se a forma quadrática hessiana  $H(a)$  for negativa, então  $a$  é um ponto de máximo local
- 3) ( Teorema da Aplicação Inversa ) Seja  $f : U \rightarrow \mathbb{R}^m$  de classe  $C^k$  ( $k \geq 1$ ) no aberto  $U \subset \mathbb{R}^m$ . Se  $a \in U$  é tal que  $f'(a) : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$  é invertível, então existe uma bola aberta  $B = B_\delta(a) \subset U$  tal que  $f|_B$  é um difeomorfismo sobre um aberto  $V$  tal que  $f(a) \in V$ .
- 4) ( Lebesgue ) Mostre que se  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  é limitada no bloco  $A \subset \mathbb{R}^n$  e o conjunto  $D_f$  dos seus pontos de descontinuidade tem medida nula, então  $f$  é integrável em  $A$ .